
МЕТОДЫ И ПРОБЛЕМЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ СОКРАЩЕНИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ПАМЯТИ

КИРАКОСЯН ГАГИК

доцент кафедры компьютерных систем и сети
Национального политехнического университета Армении

ПОТИКЯН МАРИНА

доцент кафедры естественнонаучных дисциплин
Учебного подразделения по подготовке спасателей и управлению кризисными ситуациями
Образовательного комплекса Министерства внутренних дел Республики Армения

АВETИСЯН ГРАЙР

доцент кафедры алгоритмических языков и программирования
Национального политехнического университета Армении

АВETИСЯН КАДЖИК

заведующий кафедры мехатроники Ереванского государственного
колледжа информатики
DOI: 10.61746/18292984-2026.1.28cmt-13

Аннотация. Модифицированные методы численного интегрирования и моделирования были проанализированы для применения к моделированию электромагнитных переходных процессов в длинных линиях. Рассматриваются обе целевые функции: минимизация численных ошибок, вызванных колебаниями Гиббса, и уменьшение объёма вычислительной памяти, необходимой для упомянутого моделирования. Для этого длинные линии были представлены каскадами π -образных схем. Для минимизации численных ошибок были проверены два подхода. Один из этих подходов связан со способом применения метода численного интегрирования. Численное интегрирование применялось с использованием матриц 2-го порядка. Эти матрицы связаны с каждым π -образной схемой, применяемым для представления длинных линий. Другой подход связан с применением гасящего сопротивления. Это достигается путём введения гасящих сопротивлений в продольную структуру π -образных схем. Разреженные матрицы были применены для уменьшения объёма вычислительной памяти, используемой при моделировании, поскольку эта матрица имеет большое количество нулевых элементов, когда каскад π -образных схем представляется одной матрицей с большим порядком.

Ключевые слова: π -образная схема, длинная линия, законы Кирхгофа, численное интегрирование, каскад, разреженные матрицы, гасящее сопротивление, память, время расчета, переходный процесс, моделирование.

Длинные линии представляют собой электрические системы, используемые для передачи электромагнитной энергии между двумя различными точками или двумя различными узлами электрической системы [1–2]. Модели длинных линий могут быть применены для анализа передачи электроэнергии в силовых схемах и передачи данных в высокочастотных системах [3]. В обоих случаях передача осуществляется от источника к нагрузке по проводам, коаксиальным кабелям или волноводам. Простейшие модели длинных линий основаны на малых отрезках с сосредоточенными постоянными. Обычно используются такие структуры, как π -образные схемы или T-образные схемы. Модификации базовой структуры этих типов схем могут быть использованы для введения частотного влияния в упомянутую модель. Частотное влияние более существенно для продольных параметров длинных линий. Большое количество бесконечно малых π -образных схем, соединенных каскадом, может быть использовано для представления длинных линий, поскольку электрические параметры распределены вдоль линии. В связи с этим были внесены изменения в структуру π -образных схем или в применение метода численного интегрирования, используемого для моделирования электромагнитных переходных процессов в длинных линиях. В случае такого рода явлений интегрирование методом трапеций широко используется как в коммерческих программах, так и в программах с бесплатными лицензиями [4].

В данной работе длинные линии представлены как однофазная цепь, состоящая из каскада модифицированных π -образных схем. Этот однофазный каскад может быть сопоставлен с положительной последовательностью симметричных компонентов трёхфазных линий электропередачи. Он также может быть сопоставлен с двухфазными длинными линиями (системами постоянного тока). Каскад π -образных схем аналитически описывается переменными состояния: напряжением на конденсаторе и током через индуктивность каждой π -образной схемы. Уравнения состояния преобразуются в систему линейных разностных уравнений с использованием численного интегрирования методом трапеций. На основе этой модели применяются модифицированные π -образные схемы и модифицированные способы численного интегрирования методом трапеций, а также методы разреженных матриц для поиска уменьшенных численных колебаний и времени вычислений, связанных с моделированием электромагнитных переходных процессов в длинных линиях.

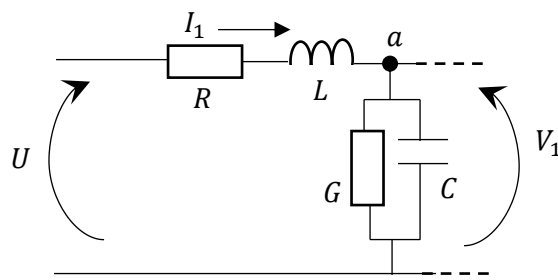


Рис. 1. Первый отрезок каскада π -образных схем.

Математическая модель. Линейная система, получена на основе переменных состояния, связанных с представлением линии передачи. Уравнения указанной линейной системы в матричном виде имеют вид

$$\dot{X} = AX + BU \quad (1)$$

где X – вектор состояния; U – вектор входного сигнала; B – матрица входа, а C – матрица системы. Элементы линейной системы в уравнении (1) определяются на основе структуры π -образных схем, используемых для представления длинных линии. В данном случае существуют три типа π -образных схем. Один из этих типов – первая π -образная схема каскада. Структура первого отрезка π -образной схемы показана на рис. 1. По второму закону Кирхгофа составим уравнение для контура I_1 первого отрезка π -образной схемы:

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{L}(U - RI_1 - V_1) \quad (2)$$

По первому закону Кирхгофа для узла a первого отрезка π -образной схемы можно написать

$$\dot{V}_1 = \frac{1}{C}(I_1 - GV_1 - I_2) \quad (3)$$

В этом случае источник напряжения подключен к первой π -образной схеме. На рис. 2 показана структура промежуточной π -образной схемы каскада, используемых для представления длинной линии. По второму закону Кирхгофа составим уравнение для контура I_k k -ого промежуточного отрезка π -образной схемы

$$\dot{I}_k = \frac{1}{L}(V_{k-1} - RI_k - V_k) \quad (4)$$

По первому закону Кирхгофа для узла b промежуточного отрезка π -образной схемы имеем

$$\dot{V}_k = \frac{1}{C}(I_k - GV_k - I_{k+1}) \quad (5)$$

Последний отрезок π -образной схемы каскада показан на рис. 3. Аналогичным способом используя законы Кирхгофа для последнего отрезка π -образной схемы, найдем

$$\begin{aligned} \dot{I}_n &= \frac{1}{L}(V_{n-1} - RI_n - V_n) \\ \dot{V}_n &= \frac{2}{C}(I_n - GV_n) \end{aligned} \quad (6)$$

где n – количество π -образных схем, используемых в каскаде, представляющем длинную линию. Эта π -образная схема представляет собой разомкнутую длинную линию. Элементы линейной системы в уравнении (1) определяются на основе формул (2), (3), (4), (5) и (6). Вектор X принимает следующий вид:

(7)

$$X = [I_1 \ V_1 \ \dots \ I_k \ V_k \ \dots \ I_n \ V_n]^T$$

Для матрицы A получаем

$$A = \begin{pmatrix} -R/L & -1/L & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1/C & -G/C & -1/C & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1/L & -R/L & -1/L & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & 1/C & -G/C & -1/C & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & 1/L & -R/L & -1/L \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 2/C & -G/C \end{pmatrix} \quad (8)$$

Вектор B можно представить в виде

$$B = \left[\frac{1}{L} \ 0 \ \dots \ 0 \right]^T \quad (9)$$

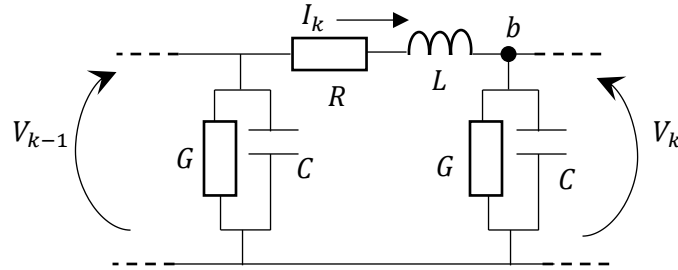


Рис. 2. Промежуточное звено каскада π -образных схем.

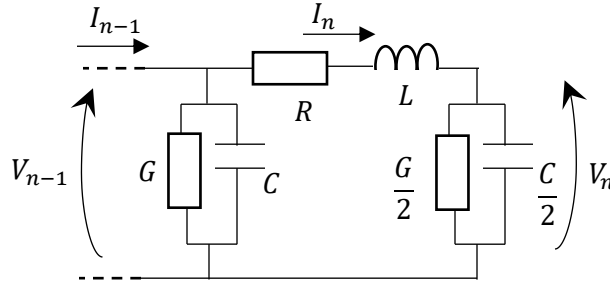


Рис. 3. Последний отрезок каскада π -образных схем.

Заметим, что вектор B определяется с учетом первого отрезка π -образной схемы, подключенной к источнику напряжения. Если цепь состоит из длинных проводников (длинная линия), то ее не удастся разбить на элементы с сосредоточенными постоянными. Обычно такую линию формально разбивают на малые отрезки и вводят понятие распределенных постоянных линии (распределенная поперечная емкость на единицу длины C_0 , распределенная продольная индуктивность на единицу длины L_0 , распределенное продольное сопротивление на единицу длины R_0 и распределенная поперечная проводимость на единицу длины G_0 , имеющие, соответственно, размерность $C/\text{см}$, $L/\text{см}$, $R/\text{см}$, $G/\text{см}$).

Численное интегрирование методом трапеций. Методы численного интегрирования могут быть использованы для вычисления значений переменных состояния с очень малым шагом интегрирования. Переменные состояния (напряжения и токи) зависят от времени при моделировании электромагнитных переходных процессов. Независимой переменной метода численного интегрирования является время. Составная формула трапеций имеет вид

$$X(t_2) = X(t_1) + \frac{\Delta t}{2} [\dot{X}(t_2) + \dot{X}(t_1)]$$

$$t_2 = t_1 + \Delta t \quad (10)$$

В формуле (10) Δt – шаг по времени, t_1 – текущий момент времени, а t_2 – момент времени для расчёта новых значений переменных состояния. Таким образом, равенства (1) и (10) дают

$$X(t_2) = A_1 X(t_1) + B_1 [U(t_2) + U(t_1)] \quad (11)$$

В формуле (11) элементы описываются следующим образом:

$$A_1 = \left[I - \frac{\Delta t}{2} A \right]^{-1} \left[I + \frac{\Delta t}{2} A \right]$$

$$B_1 = \frac{\Delta t}{2} \left[I - \frac{\Delta t}{2} A \right]^{-1} B \quad (12)$$

Моделирование с использованием отдельных матриц для представления длинных линий. Если каскад π -образных схем, связанных с длинной линией, представлен одной матрицей (8), матрица A имеет высокий порядок. В этом случае этот порядок зависит от количества π -образных схем. Таким образом, матрица A представляет собой квадратную матрицу $2n$ -го порядка. Векторы x и B имеют размерность $(2n, 1)$. Результаты моделирования получены с использованием источника ступенчатого напряжения (1 о.е.) и с учетом того, что приемный зажим линии открыт. Из-за этого напряжение на приемном зажиме должно достигать 2 о.е. после первого отражения волны напряжения. В полученных результатах наблюдается, что пик напряжения достигает 2.5 о.е. после первого отражения волны напряжения на приемном зажиме линии. Это связано с погрешностью 25% по сравнению с реальным значением 2 о.е. Пиковое значение напряжения не изменяется при изменении количества π -образных схем. Пиковое значение напряжения также не изменяется при изменении шага по времени. Помимо ошибки, связанной с пиком напряжения, в полученных результатах наблюдаются численные колебания. Эти численные колебания также называются гиббсовскими колебаниями. Применение одной матрицы для представления каскада π -образных схем не является хорошей альтернативой для моделирования электромагнитных переходных процессов в линиях электропередачи из-за численных ошибок и колебаний, наблюдаемых в полученных результатах. Представленная здесь численная программа используется в качестве основы для применения численных методов и методов разреженных матриц.

Применение методов разреженных матриц. Разреженные матрицы – это матрицы, в которых большинство элементов имеют нулевое значение. Чтобы определить матрицу как разреженную, вычисляется отношение количества нулевых элементов к общему количеству элементов. Это отношение называется коэффициентом дисперсии матрицы. Если этот коэффициент больше 0.5, то матрица считается разреженной. Целью методов разреженных матриц является хранение только ненулевых значений применяемых матриц. Вычисления, выполняемые с разреженными матрицами, используют меньший объем памяти для обработки, что также сокращает время, необходимое для указанного вычисления. В структуре матрицы A , показанной в (8), ненулевые элементы расположены только на главной диагонали, а также на нижней и верхней поддиагоналях относительно главной диагонали. Поскольку к первой π -образной схеме подключен только один источник напряжения, только первый элемент вектора B является ненулевым элементом, как показано в (9). Основываясь на этих характеристиках, для переопределения матрицы A и вектора B применяются методы разреженных матриц. Численная

процедура переформатируется для использования новых переопределенных матрицы и вектора [5]. Проведено сравнение между немодифицированной численной процедурой и численной процедурой с применением методов разреженных матриц. Результаты показаны на рис. 4–6. Итак, в каждом случае показаны три кривые, которые относятся к результатам с применением разреженных матриц, результатам без применения разреженных матриц и результатам сравнения методов. Сравнимаемыми характеристиками являются память, используемая для хранения вектора В (рис. 4), память, используемая для хранения матрицы А (рис. 5), и время вычисления для моделирования (рис. 6). Эти результаты получены для временного шага 50 нс, данные представлены в таблицах 1, 2 и 3.

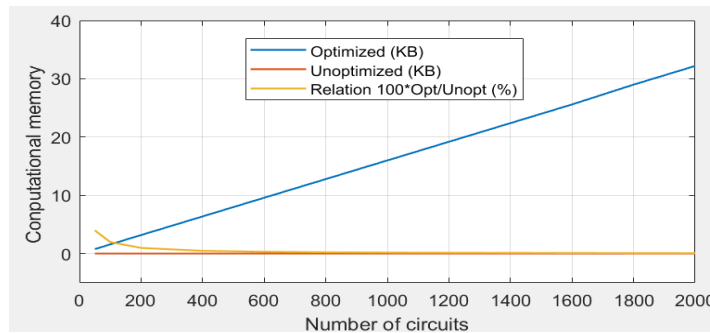


Рис. 4. Память для хранения вектора В с учетом разреженных матриц.

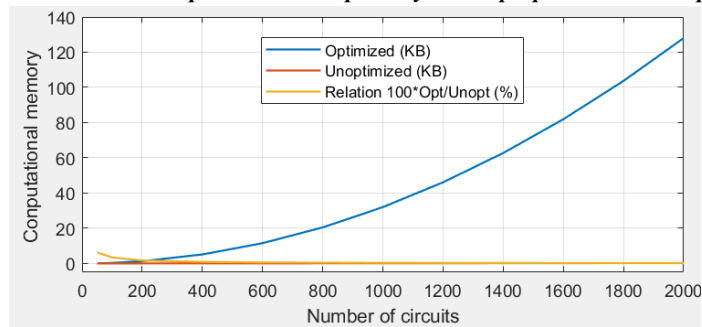


Рис. 5. Память для хранения матрицы А с учетом разреженных матриц.

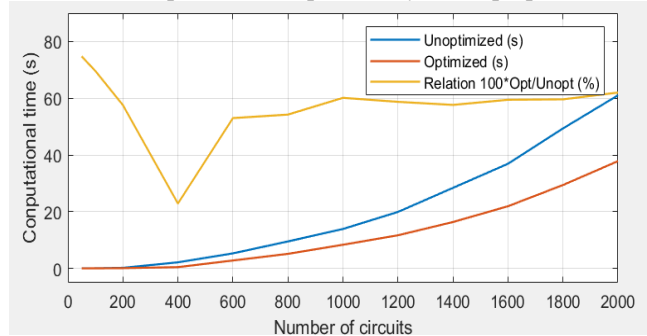


Рис. 6. Время вычислений при моделировании с учетом разреженных матриц

Объем памяти, необходимый для хранения вектора В, значительно сокращается при использовании метода разреженных матриц. Этот объем памяти для хранения вектора В постоянен для всех значений частоты при использовании метода разреженных матриц, если к

первой π -образной схеме подключен только один источник напряжения. Это значение зависит от количества π -образных схем без применения метода разреженных матриц (рис. 4).

Память, необходимая для хранения матрицы A , также значительно сокращается при использовании методов разреженных матриц. Это сокращение зависит от количества схем. Чем больше количество π -образных схем, тем больше уменьшение памяти (рис. 5). Что касается времени вычислений для моделирования, соотношение между этой характеристикой для немодифицированной численной процедуры и процедуры с методами разреженных матриц практически постоянно (рис. 6). Наблюдаются изменения в указанном соотношении при увеличении количества π -образных схем от 200 до 600. Время вычислений для модифицированной процедуры с методами разреженных матриц имеет наименьшее значение по сравнению с соответствующим временем для немодифицированной процедуры при применении 400 π -образных схем. Упомянутые моделирования получены с уменьшением памяти для хранения матрицы A и вектора B , а также времени вычислений при применении методов разреженных матриц. Однако числовые ошибки и числовые колебания не уменьшаются. Пики напряжения достигают 2.5 о.е.

Эти пики связаны с ошибками в 25%. с учетом фактического значения 2 о.е. В этих результатах также наблюдаются числовые колебания. Применение разреженных матриц уменьшает только объем используемой памяти и время вычислений для моделирования.

Применение гасящих сопротивлений. На рис. 7 показана структура π -образной схемы с введением гасящего сопротивления. Это сопротивление зависит от шага времени и величины индуктивности π -образной схемы. Гасящее сопротивление определяется следующим выражением [6]:

$$R_D = k_D \frac{2L}{\Delta t} \text{ и } G_D = \frac{\Delta t}{2k_D L} \quad (13)$$

Если во все π -образные схемы ввести гасящие сопротивления, то матрица A принимает следующий вид:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ A_3 & A_4 & A_5 & A_6 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & A_7 & A_1 & A_2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & A_8 & A_3 & A_4 & A_5 & A_6 & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & A_7 & A_1 & A_2 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & A_9 & A_{10} & A_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Новое значение вектора B равна:

$$B = [1/L \quad G_D/C \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \quad (15)$$

Матричные элементы A_{ij} имеют следующий вид:

$$A_1 = -\frac{R}{L}; A_2 = -\frac{1}{L}; A_3 = \frac{1}{C}; A_4 = -\frac{2G_D - G}{C}; A_5 = -\frac{1}{C};$$

$$A_6 = \frac{G_D}{C}; A_7 = \frac{1}{L}; A_8 = \frac{G_D}{C}; A_9 = \frac{2G_D}{C}; A_{10} = \frac{2}{C} \quad (16)$$

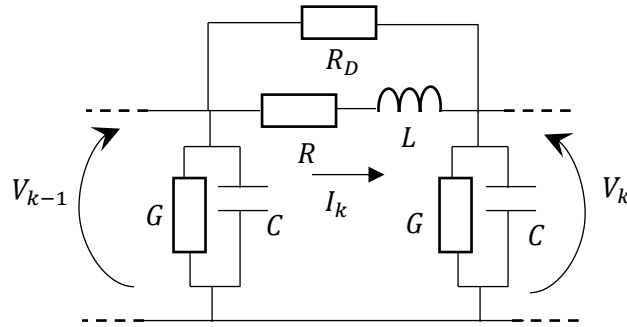


Рис. 7. Участок π -образной схемы с гасящим сопротивлением.

Существуют комбинации количества π -образных схем и коэффициента k_D , при которых при моделировании пики напряжения достигают 2 о.е., когда применяются гасящие сопротивления. Это показано на рис. 12. Метод разреженных матриц не применяется, а шаг по времени в данном случае составляет 50 нс. Если значение k_D больше 4, а количество π -образных схем меньше 200, пики напряжения превышают 2.1 о.е. Наибольшие значения пиков напряжения всегда составляют 2.5 о.е. для анализируемых случаев размыкания линии. Пики напряжения составляют 2 о.е., а численные колебания минимизируются, когда значение k_D меньше 4, а количество π -образных схем больше 350.

На рисунках 8–10 показаны сравнения для применения методов разреженных матриц, связанных с введением гасящих сопротивлений. Результаты показаны на рисунках 8–10, данные взяты из таблиц 4–6. Аналогично предыдущему случаю, результаты относятся к разреженным матрицам, неразреженным матрицам и сравнению между обоими методами. Результаты, полученные с применением гасящего сопротивления и методов разреженных матриц, демонстрируют уменьшение памяти, используемой для хранения матрицы A и вектора B, а также времени вычислений для моделирования. Аналогичные результаты получены при применении численной процедуры без гасящих сопротивлений для анализа с применением методов разреженных матриц (§3 и §4). Объем памяти, необходимый для хранения вектора B, значительно уменьшается по сравнению с моделированием, выполненным с использованием методов разреженных матриц, и моделированием без этой техники (рис. 8), учитывая только один источник ступенчатого напряжения, подключенный к первой π -образной схеме с применением гасящих сопротивлений. Для матрицы A использование разреженных матриц также сокращает объем используемой памяти (рис. 9), а также время моделирования (рис. 10). Наибольшее сокращение времени моделирования наблюдается при 400 π -образных схем [7].

Помимо сокращения памяти и времени моделирования, представленная здесь численная процедура сохраняет тенденцию по минимизации пиков напряжения и числовых колебаний, связанных только с применением гасящих сопротивлений.

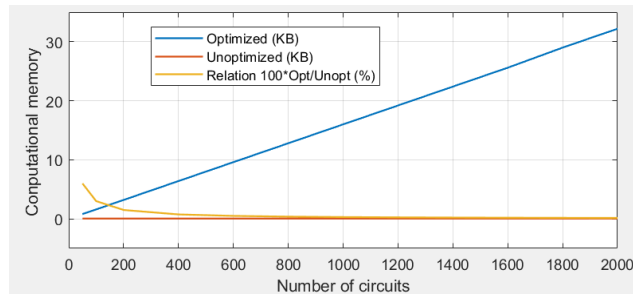


Рис. 8. Память для хранения вектора B с учетом гасящих сопротивлений и разреженных матриц.

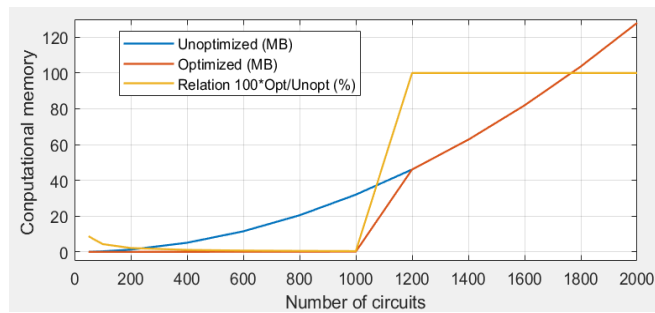


Рис. 9. Память для хранения матрицы A с учетом гасящих сопротивлений и разреженных матриц.

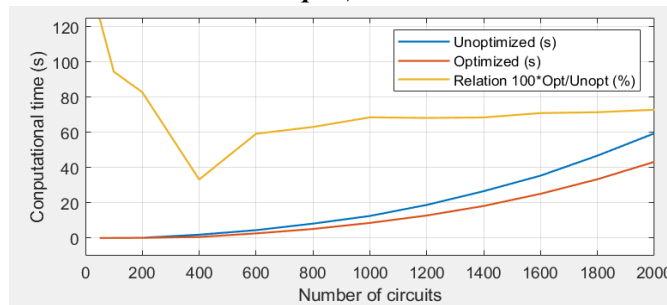


Рис. 10. Время вычислений при моделировании с учетом гасящих сопротивлений и разреженных матриц.

Таблица 1

Память для хранения вектора В без применения гасящих сопротивлений.

Схемы	Без учета метода разреженных матриц (Кбайт)	С учетом метода разреженных матриц (Кбайт)
50	0.800	0.032
100	1.600	0.032
200	3.200	0.032
400	6.400	0.032
600	9.600	0.032
800	12.800	0.032
1000	16.000	0.032
1200	19.200	0.032
1400	22.400	0.032
1600	25.600	0.032
1800	29.000	0.032
2000	32.200	0.032

Численное моделирование подтверждает существование комбинаций числа π -образных схем и коэффициента k_D , при которых пики напряжения и численные значения практически не минимизируются. Численные ошибки, связанные с пиками напряжения, можно считать пренебрежимо малыми для диапазона числа π -образных схем от 100 до 500, используя значение k_D , равное 1. При числе π -образных схем ниже 100 полученные результаты представляют собой неадекватные кривые для воспроизведения распространения шагового напряжения по длинной линии. Минимизация пиков напряжения и численных колебаний не так эффективна для меньших значений числа π -образных схем, используя значения k_D , превышающие 1. Эти результаты аналогичны результатам, полученным с использованием только гасящих сопротивлений. Таким образом, и в этом случае применение методов разреженных матриц сокращает объем используемой памяти и время вычислений для моделирования.

Сравнение прикладных численных процедур. Из таблиц 1 и 4 видно, что объем памяти, занимаемой при хранении вектора В без применения методов разреженных матриц, остаётся тем же. Это связано с тем, что сохраняются все элементы вектора В: как нулевые, так и ненулевые. При использовании методов разреженных матриц объем используемой памяти отличается. Сравнительные данные, относящиеся к хранению вектора В, представлены в таблицах 1 и 4. Необходимо отметить, что сокращение объема используемой памяти меньше при совместном применении методов разреженных матриц и гасящих сопротивлений. Для матрицы А это сокращение меньше при совместном применении методов разреженных матриц и гасящих сопротивлений. Снижение времени вычислений меньше при совместном применении методов разреженных матриц и гасящих сопротивлений, учитывая соотношения без применения гасящих

сопротивлений и соотношения с применением гасящих сопротивлений. Пик снижения наблюдается около 1000 л образных схем при сравнении времени вычислений при моделировании без применения методов разреженных матриц. При применении методов разреженных матриц время вычислений при моделировании очень близко. Таким образом, оно не зависит от применения гасящих сопротивлений.

Таблица 2

Память для хранения матрицы A без применения гасящих сопротивлений.

Схемы	Без учета метода разреженных матриц (Мбайт)	С учетом метода разреженных матриц (Мбайт)
50	0.080	0.005
100	0.320	0.011
200	1.280	0.022
400	5.120	0.045
600	11.520	0.067
800	20.480	0.090
1000	32.000	0.110
1200	46.080	0.130
1400	62.720	0.160
1600	81.920	0.190
1800	103.680	0.210
2000	128.000	0.230

Таблица 3

Время расчета моделирования без учета гасящих сопротивлений.

Схемы	Без учета метода разреженных матриц (с)	С учетом метода разреженных матриц (с)
50	0.103	0.077
100	0.125	0.087
200	0.257	0.148
400	2.195	0.503
600	5.353	2.838
800	9.559	5.186
1000	13.946	8.389
1200	19.951	11.721
1400	28.433	16.396
1600	36.924	21.959
1800	49.371	29.436
2000	61.044	37.851

Таблица 4

Память для хранения вектора *B* с применением гасящих сопротивлений.

Схемы	Без учета метода разреженных матриц (Кбайт)	С учетом метода разреженных матриц (Кбайт)
50	0.800	0.048
100	1.600	0.048
200	3.200	0.048
400	6.400	0.048
600	9.600	0.048
800	12.800	0.048
1000	16.000	0.048
1200	19.200	0.048
1400	22.400	0.048
1600	25.600	0.048
1800	29.000	0.048
2000	32.200	0.048

Таблица 5

Память для хранения матрицы *A* с применением гасящих сопротивлений.

Схемы	Без учета метода разреженных матриц (Мбайт)	С учетом метода разреженных матриц (Мбайт)
50	0.080	0.007
100	0.320	0.014
200	1.280	0.028
400	5.120	0.057
600	11.520	0.086
800	20.480	0.115
1000	32.000	0.144
1200	46.080	0.173
1400	62.720	0.201
1600	81.920	0.230
1800	103.680	0.259
2000	128.000	0.288

Таблица 6

Время расчета моделирования с применением гасящих сопротивлений.

Схемы	Без учета метода разреженных матриц (с)	С учетом метода разреженных матриц (с)
50	0.061	0.076
100	0.089	0.084
200	0.168	0.139
400	1.934	0.643
600	4.496	2.661
800	8.209	5.175
1000	12.561	8.605
1200	18.819	12.829

1400	26.619	18.217
1600	35.424	25.125
1800	46.761	33.388
2000	59.415	43.257

Заключение. Разреженные матрицы характеризуются наличием большого количества нулевых элементов. Существует ряд приложений в точных науках, таких как компьютерная инженерия и математика, которые используют численные методы, основанные на технике разреженных матриц. Электрические системы, представленные последовательным соединением элементов или участков, могут представляться матрицами с очень высокой степенью разреженности. Как правило, такие системы состоят из каскадов отдельных блоков, таких как π - или T-образные схемы. В данной статье методы разреженных матриц используются в численных расчетах, применяемых для моделирования распространения электромагнитных переходных процессов. Используется простое моделирование передачи энергии, в котором не учитывается влияние частоты. Основным интересом состоит в проверке возможности уменьшения времени вычислений и объема памяти, необходимых для выполнения упомянутого моделирования. В связи с этим влияние частоты будет введено на следующих этапах данной разработки. Время вычислений и объем памяти, необходимые для упомянутого моделирования, уменьшаются при использовании методов разреженных матриц по сравнению с численными расчетами без разреженных матриц. С другой стороны, ошибки, вызванные численными колебаниями или колебаниями Гиббса, не уменьшаются, что приводит к ошибкам пикового напряжения около 25%. Эти ошибки получены с использованием обеих версий прикладных численных процедур: с применением метода разреженных матриц и без него. Согласно ранее модифицированному моделированию, в каскад π -образных схем, представляющих длинные линии, вводятся гасящие сопротивления. При совместном применении гасящих сопротивлений и метода разреженных матриц время вычислений и объем памяти оказываются меньше, чем в численной программе без этих подходов, а полученные результаты не подвержены существенному влиянию ошибок, связанных с колебаниями Гиббса.

**ՀԱՇՎՈՂԱԿԱՆ ՀԻՇՈՂՈՒԹՅԱՆ ԿՐՃԱՏՄԱՆ ԹՎԱՅԻՆ ՄՈԴԵԼԼԱՎՈՐՄԱՆ
ՄԵԹՈԴՆԵՐԸ ԵՎ ԽՆԴԻՐՆԵՐԸ**

ԿԻՐԱԿՈՍՅԱՆ ԳԱԳԻԿ

Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանի քոմպյուտերային համակարգեր և ցանցեր ամբիոնի դոցենտ

ՓՈԹԻԿՅԱՆ ՄԱՐԻՆԱ

ՀՀ Ներքին գործերի նախարարության կրթահամալիրի Փրկարար ծառայության և ճգնաժամային կառավարման ուսումնական ստորաբաժանման բնագիտական առարկաների ամբիոնի դոցենտ

ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ ՀՐԱՅՐ

Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանի ալգորիթմական լեզուներ և ծրագրավորում ամբիոնի դոցենտ

ԱՎԵՏԻՍՅԱՆ ՔԱԶԻԿ

Երևանի ինֆորմատիկայի պետական քոլեջի մեխատրոնիկայի ամբիոնի վարիչ

Ամփոփագիր. Երկար փոխանցման գծերում էլեկտրամագնիսական անցումային երևույթների մոդելավորման համար վերլուծվել են մոդիֆիկացված թվային ինտեգրման և մոդելավորման մեթոդները: Դիտարկվել են երկու նպատակային ֆունկցիաների մինիմալացումը՝ Գիբսի տատանումների պատճառով առաջացած թվային սխալների նպատակային ֆունկցիան և մոդելավորման համար անհրաժեշտ հաշվողական հիշողության ծավալի նպատակային ֆունկցիան: Այս նպատակով երկար փոխանցման գծերը ներկայացվել են π -աձև սխեմաների կասկադներով: Թվային սխալները նվազագույնի հասցնելու համար փորձարկվել է երկու մոտեցում: Այս մոտեցումներից մեկը կապված է թվային ինտեգրման մեթոդի կիրառման եղանակի հետ: Թվային ինտեգրումն իրականացվել է երկրորդ կարգի մատրիցների միջոցով: Այս մատրիցները կապված են երկար փոխանցման գծերը ներկայացնելու համար օգտագործվող յուրաքանչյուր π -աձև սխեմայի հետ: Մյուս մոտեցումը կապված է մարման դիմադրության օգտագործման հետ: Սա իրականացվում է π -աձև սխեմաների երկայնական կառուցվածքում մարման դիմադրություններ ներմուծելով: Մոդելավորման ժամանակ օգտագործվող հաշվողական հիշողության ծավալը նվազեցնելու համար օգտագործվել են նոսր մատրիցներ, քանի որ այս մատրիցները պարունակում են մեծ թվով զրոյական տարրեր, երբ π -աձև սխեմաների կասկադը ներկայացվում է բարձր կարգի մեկ մատրիցով:

Առանցքային բառեր. π -աձև սխեմա, երկար փոխանցման գիծ, Կիրխոֆի օրենքները, թվային ինտեգրում, կասկադ, նոսր մատրիցներ, մարման դիմադրություն, հիշողություն, հաշվարկման ժամանակ, անցումային պրոցես, սխեմա, մոդելավորում:

METHODS AND PROBLEMS OF NUMERICAL MODELING FOR REDUCING COMPUTATIONAL MEMORY

KIRAKOSYAN GAGIK

Associate Professor at the Chair of Computer Systems and Network,
National Polytechnic University of Armenia

POTIKYAN MARINA

Associate Professor at the Chair of Natural Sciences,
Rescue Service and Crisis Management Educational Unit,
Educational Complex of the Ministry of Internal Affairs of the Republic of Armenia

AVETISYAN HRAYR

Associate Professor at the Chair of Algorithmic Languages and Programming,
National Polytechnic University of Armenia

AVETISYAN KAJIK

Associate Professor at the Chair of Mechatronics
of Yerevan State College of Informatics

Abstract. In this scientific article modified numerical integration methods and modeling approaches have been analyzed for their application in simulations of electromagnetic transient phenomena in transmission lines. Two primary objectives are considered: minimizing numerical errors caused by Gibbs oscillations and reducing the computational memory required for such simulations. In this respect, transmission lines have been represented as cascades of π circuits. For the minimization of numerical errors, two approaches have been examined. The first approach is related to the manner in which the numerical integration method is applied. Specifically, numerical integration is performed using second-order matrices associated with each π circuit used to model the transmission line. The second approach involves the application of damping resistance. This is achieved by introducing damping resistances into the longitudinal structure of the π circuits.

To reduce computational memory requirements, sparse matrices have been employed. These matrices contain a large number of zero elements when the cascade of π circuits is represented by a single high-order matrix, making them efficient for such simulations.

Key words: π circuit, transmission line, Kirchhoff's laws, numerical integration, cascades, sparse matrices, damping resistance, memory, computational time, transient processes, circuit modeling.

Լիտերատուրա

- [1] Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Гардарики, 2010. – 638с.
- [2] Moura L, Darwazeh I., Introduction to Linear Circuit Analysis and Modelling, New Delhi: Tata McGraw-Hill Publishing Company Limited, 2015, 177p.
- [3] Hlaing Y.M.S., Ya A.Z., Performance Analysis on Transmission Line for Improvement of Load Flow//Advanced Materials Research, 2012, Vol. 433-440, pp 7208-7212.
- [4] Mathews J.H., Fink K.D., Numerical Methods. Using MATLAB, New York: Prentice Hall, 2005, 662 p.
- [5] Scott J., Tuma M. Algorithms for Sparse Linear Systems, Switzerland: Birkhauser, 2024, 242 p.
- [6] Prado A.J., Besspalhulk K.J., Silva B.F., Conceição K.O., Cargnin-Stieler M., Gennaro E.M. , Filho J. P., Influences of Damping Resistances on Transient Simulations in Transmission Lines// Progress In Electromagnetics Research B., 2017, Vol. 75, pp 27–39.
- [7] Prado A.J., Lessa L.S., Monzani R.C., Bovolato L.F., Filho J. P., Modified Routine for Decreasing Numeric Oscillations at Associations of Lumped Elements// Electric Power Systems Research, 2014, Vol. 112, pp 56–64.

Հողվածը գրախոսվել է՝ 10.02.2026
Ներկայացվել է տպագրության՝ 17.02.2026